**カサティとヴァルツィのメレオトポロジー** 加地 大介

*Parts and Places: The Structures of Spatial Representation*, Roberto Casati and Achille C. Varzi, 1999, MIT Press

**○彼らの空間表象論の全体構造**

Mereology → ＋Topology＝Mereotopology → ＋Theory of location → ＋Theory of X（何らかの空間的対象 ex. holes, boundaries, niches, events）

**○Mereology**

Pxy　x は y の部分である。
PPxy =df Pxy ∧¬Pyx　x は y の真部分である。
Oxy =df ∃z(Pzx ∧ Pzy)　x と y は重複している。
Uxy =df ∃z(Pxz ∧ Pyz)　x と y は被覆している。

・Ground Mereology (M) 半順序関係としての部分性

(P1) Pxx (Reflexivity)
(P2) Pxy ∧ Pyx → x=y (Antisymmetry)
※同一性は部分性と独立の概念として前提されている。
(P3) Pxy ∧ Pyz → Pxz (Transitivity)

・Minimal Mereology (MM) M + (P4)

(P4) PPxy → ∃z(Pzy ∧ ¬Ozx) (Weak Supplementation)
弱い補足性原理：真部分をもつ対象は、その真部分と重複しない部分を持たなければならない。

・Extensional Mereology (EM) M + (P5)

(P5) ¬Pyx → ∃z(Pzy ∧ ¬Ozx) (Strong Supplementation)
強い補足性原理：対象の非部分は、その対象と重複しない部分を持たなければならない。

(3.15) (∃zPPzx ∨ ∃zPPzy) → （∀z(PPzx ↔PPzy) → x=y )

外延性の原理： 同一の真部分を持つ非原子的対象は、同一である。

・Closure Mereology (CM) M+ (P6) + (P7)
・Extensional Closure Mereology (CEM) EM (または MM)+ (P6) + (P7)

(P6) Uxy → ∃z∀w(Owz ↔ (Owx ∨ Owy) (Sum)

(P7) Oxy → ∃z∀w(Pwz ↔ (Pwx ∧ Pwy)) (Product)

※外延性のもとでは、Sum と Product の唯一性が帰結する。

(3.16) x+y =df ιz∀w((Owz ↔ (Owx ∨ Owy))

(3.17) x×y =df ιz∀w(Pwz ↔ (Pwx ∧ Pwy))

(3.19) ~x =df ιz∀w(Pwz ↔¬Owx)

(P6') Uxy → ∃z(z=x+y)
(P7') Oxy → ∃z(z=x×y)

・General Mereology (GM) M+ (P8)
・General Extensional Mereology (GEM) EM (または MM)+ (P8)

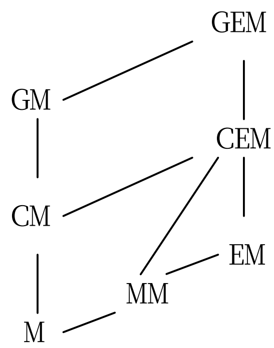
(P8) $\exists x\Phi \rightarrow \exists z\forall y(Oyz \leftrightarrow \exists x(\Phi \wedge Oyx))$ (Fusion)

(3.23) $\sigma x\Phi =_{df} \iota z\forall y(Oyz \leftrightarrow \exists x(\Phi \wedge Oyx))$

(3.24) $\pi x\Phi =_{df} \sigma z\forall x(\Phi \rightarrow Pzx)$

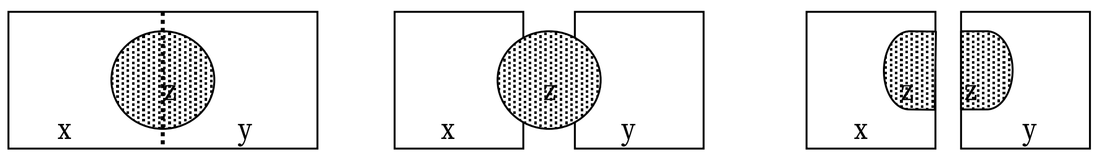
※(P6')(P7')の一般化
(P8') $\exists x\Phi \rightarrow \exists z(z=\sigma x\Phi)$
(3.25) $(\exists x\Phi \wedge \exists y\forall x(\Phi \rightarrow Pyx)) \rightarrow \exists z(z=\pi x\Phi)$
※GEM における部分関係は、集合の包含関係と同じ。最小元のない完備ブール束としての GEM。

・Atomless Mereology (A^X) X+(P9)
(P9) $\forall x\exists yPPyx$ (Atomlessness)
・Atomistic Mereology (AX) X+(P10)
(P10) $\forall x\exists y(Pyx \wedge \neg\exists zPPzy)$ (Atomicity)
※Atom：真部分を持たない対象。X は、上の任意のメレオロジー体系。




## ○Mereotopology

・メレオロジーのトポロジカルな拡張により、「部分性の理論」から「部分と全体の理論」へ。
・GEM の問題点：「良き全体（自己連結的全体）」と「悪しき全体」の区別ができない。ex. 左手の親指と人差し指 vs. 左手の親指と右手の人差し指
※ ホワイトヘッドの前期理論における連結性のメレオロジー的還元の試み
x と y は連結している $=_{df} \exists z((Ozx \wedge Ozy) \wedge \forall w(Pwz \rightarrow (Owx \vee Owy))$
しかしこれは、z 自体が自己連結的だということが言えてはじめて成立する。




・ 連結関係を表す述語'C'を導入。
Cxy x と y は連結している。
Exy $=_{df} \forall z(Czx \rightarrow Czy)$ x は y に包括されている。

・Ground Mereotopology(MT) M+(C1)+(C2)+(C3)
(C1) Cxx (Reflexivity)
(C2) $Cxy \rightarrow Cyx$ (Symmetry)
(C3) $Pxy \rightarrow Exy$ (Monotonicity)

●**二種の連結性**(Cxy)

・連結性の一形態としての重複性、重複による連結性（＝部分的連結性）

(4.6) $Oxy \rightarrow Cxy$

・外的連結性、接触による連結性　（＝非部分的連結性）　ex. レンガの右半分と左半分

(4.7) $ECxy =_{df} Cxy \wedge \neg Oxy$ (External Connection)

↓

●**二種の部分性**(Pxy)

・内的部分性：当該の部分に連結している対象はすべて全体に重複するような部分性

(4.8) $IPxy =_{df} Pxy \wedge \forall z(Czx \rightarrow Ozy)$ (Internal Part)　ex. 東京都と文京区

・接触的部分性：外的に連結している対象（＝当該の部分に連結しているが全体には重複していない対象）をもつような部分性

(4.9) $TPxy =_{df} Pxy \wedge \neg IPxy$ (Tangentiall Part)　ex. 物体とその表面

↓

● **二種の重複性、被覆性**(Oxy, Uxy)

・内的重複性：共通の内的部分をもつような重複性

(4.10) $IOxy =_{df} \exists z(IPzx \wedge IPzy)$ (Internal Overlap)　ex. 中部地方と甲信越地方

・接触的重複性：共通の内的部分をもたないような重複性

(4.11) $TOxy =_{df} Oxy \wedge \neg IOxy$ (Tangential Overlap)　ex. 多面体の隣接面

(4.12) $IUxy =_{df} \exists z(IPxz \wedge IPyz)$ (Internal Underlap)

(4.13) $TUxy =_{df} Uxy \wedge \neg IUxy$ (Tangential Underlap)

メレオロジー的述語 R に対して、メレオトポロジー的述語 IR, TR が対応する。

(4.14) $IPPxy =_{df} IPxy \wedge \neg IPyx$ (Internal Proper Part)

※MT による自己連結性の定義

(4.15) $SCx =_{df} \forall y \forall z(\forall w(Owx \leftrightarrow Owy \vee Owz) \rightarrow Cyz)$

・Extensional Closure Mereotopology (CEMT)　CEM+(C1)+(C2)+(C3)+(C4)

(C4) $Cxy \rightarrow Uxy$ (Underlap)

※CEMT による自己連結性の定義（和の存在によって単純化できる）

(4.15') $SCx =_{df} \forall y \forall z(x=y+z \rightarrow Cyz)$

(4.16') $(Cxy \wedge SCx \wedge SCy) \rightarrow SCx+y$

自己連結的なふたつの対象が連結しているならば、それらの和も自己連結的である。

・ General Extensional Mereotopology with Closure conditions (GEMTC)

GEM+(C1)+(C2)+(C3)+(C5)+(C6)+(C7)　または　GEM+(C1)+(C2)+(C3)+(C5')+(C6')+(C7')

(4.17) $ix =_{df} \sigma z IPzx$ (interior)

(4.18) $ex =_{df} i({\sim}x)$ (exterior)

(4.19) $cx =_{df} {\sim}(ex)$ (closure)

(4.20) $bx =_{df} {\sim}(ix+ex)$ (boundary)

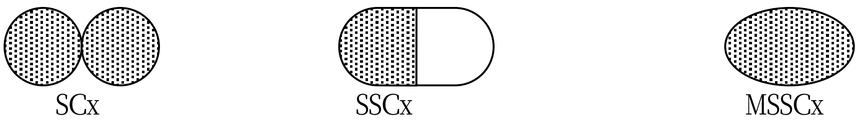
| | | |
|---|---|---|
| (C5) $Px(cx)$ | (C5') $P(ix)x$ | (Inclusion) |
| (C6) $c(cx)=cx$ | (C6') $i(ix)=ix$ | (Idempotence) |
| (C7) $c(x+y)=cx+cy$ | (C7') $i(x \times y)=ix \times iy$ | (Addiivity, Product) |

※通常の集合論的トポロジーにおける連結性との合致

(4.21) $Cxy \leftrightarrow Oxy \vee Ox(cy) \vee O(cx)y$

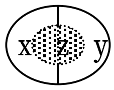
(4.22)　ECxy→Cxy∧¬C(ix)(iy)

※GEMTC における自己連結性の定義の強化
(4.24)　SSCx =df　SCx∧SCix
(4.25)　MSSCx =df　SSCx∧∀y((SSCy∧Oyx)→Pyx)




※ 開いた対象 open entity と 閉じた対象 closed entity
(5.2) Opx　=df　x=ix　(open)
(5.3) Clx　=df　x=cx　(closed)

※weak external connection (接触 contiguity) と strong external connection (連続 continuity)
(5.5) CSxy =df　∃w∃z(Pwx∧Pzy∧SSC(w+z))　:x and y are strongly connected.
(5.6) CNxy =df ECxy∧CSxy　: x and y are continuous.




cf. アリストテレス(*Metaphysics*,K1069a)「連続は接触の一種である。」
「連続的といわれるものの認められるのは、相接触することによって自然的にある一つのものが生じるような（二つ以上の）事物においてである。」

※ 閉じた対象と開いた対象とが同一の境界を挟むこととしての接触。境界自体は閉じた対象に属する。
ex. 物体とその環境、地面と穴、猫の尾とそれ以外の部分
cf. ボルツァーノは、尾かそれ以外の部分かのいずれかに属する一つの境界があると考えたのに対し、ブレンターノは、尾の境界とそれ以外の部分の境界との二つの境界が同じ位置にあると考える二境界説を主張。

※ (非物体的) 具体的対象としての境界
メレオトポロジーにおける対象はすべて具体的対象として解釈できる。これに対し、例えばホワイトヘッドの延長抽象化(extensive abstraction)という操作によって構成された集合として解釈される境界は、抽象的対象。

・WX　X + (C8)　(X は任意のメレオトポロジーの体系)
(C8)Cxy→∃z(SCz∧Ozx∧Ozy∧∀w(Pwz→Owx∨Owy))　(Whitehead)
・B^X　X + (C9)　(X は GEMT より弱い体系)
(C9) ∀x∃yIPPyx　(Boundarylessness)