

# 科学哲学学会シンポ「フレーゲ」:レジュメ フレーゲの論理哲学的探究の方法と全体的構成\*

野本和幸

(\* 詳しくは『G・フレーゲの生涯、ならびに論理哲学探究の構成と方法』(北海道哲学学会『哲学』40号[2004.7.]およびその増補英語版“The Methodology and Structure of Gottlob Frege’s Logico-philosophical Investigations”, forthcoming in Annals.)

フレーゲ生涯のプロジェクトは、いわゆる「論理主義」。哲学的動機は、算術を論理学に遡及することにより、「分析性」といふ認識論的身分示す認識論的なもの。だがフレーゲの戦略は、伝統的認識論に典型的な、(専ら直観や理性等の認知能力に訴える)能力心理学的分析ではない(反心理主義)。『いかなる表象も直観ももちえないときに、数はいかにして我々に与えられるのか。』(GLA.グレートヒエン問題)この認識論的・存在論的課題を、言語哲学的・意味論的戦略へと転轍。? いわゆる「文脈原理」: 語の意味は文という脈絡で問え。』(GLA)

論理主義の検証: 論理・数学的探究に依存 算術的概念の論理的定義、算術命題の、論理学の基本法則からの導出可能性を示す必要あり。だが19世紀後半には、算術が遡及されるべき論理学存在せず。よってフレーゲは、論理学そのものを独力で構築。かくしてフレーゲの哲学探究は、大別すれば、(A)論理の革新と論理・算術の公理体系化、(B)論理哲学探究、(C)批判的論争(反心理主義、反経験主義、反自然主義、反歴史主義、反形式主義等)に分けられよう。主に(A)(B)に限る。

(A)論理学の革新と論理・算術の公理体系化

(A1)なぜ「概念記法」なのか?

論理主義の検証には、算術的諸概念と数の論理的な定義、また全算術の、基本的論理法則からの隙間なき推論による証明・正当化が不可欠。そこでフレーゲは、論理的構造を明晰に表す論理的に完全で、少数の原初的記号からなる簡潔で、かつ推論の移行が明白な「見通しのよい(übersichtlich)」「普遍的記号言語(ingua characterica universalis)」を、「補助言語(Hilfssprache)」として定式化し、その「概念記法」を対象言語に用い、史上初の高階述語論理の公理体系を展開。Begriffsschrift (1879): 現代論理学の画期。

(A2) フレーゲの判断論・推理論

さてフレーゲ論理学の方法の注目すべきユニークな特徴:

「判断優位」の主張。(Cf. Leibniz, Boole, Schroeder らの論理計算 原子論的要素論的)。最も困難な仕事は、原初的基礎概念を発見すること? 「判断」からその要素分析へ。

主? 述分析を廃し、「関数論的分析」の採用。基本的論理概念に至れば、その合成へ。論理の体系化、算術的概念の論理的定義を介し、算術の公理体系化へ。

は、その判断論、推論・証明論。推論・証明を「認識論」的に見る(Logik[I])。すなわち、「推論・証明」結論判断を、「前提」をなす「Urwahrheiten」への遡及による「正当化(Berechtigung)」と見なす。前提・結論は、いずれも主張 (Behauptung), i.e. 判断 (Urteil) の表明。(GGA では、' A 'と表記、'Begriffsschriftsatz' と称す。)

認識論的な正当化過程(Logik[I]NS.8) :? 「問い」から出発。問いは、「思考」= 「思考内容・思想の把握」を前提。(判断線'?'を除去した?' A'は、真偽いずれかの真理値を意味する真理値名,i.e.判断からの「主張力」の除去。)だがフレーゲ以後、' 'は定理の印か、または除去され、前提や結論は単なる文・命題と見なされてきた。主張・判断の再認識は比較的最近のこと。(E.g. Martin-Lof [1985]) さて認識過程の次のステップ? は、ある思想を、「真と見なすこと(Furwahrhalten)」, i.e. 一定の「主観的確信・臆見 仮定 (Annahme +Hypothese)」の定立。ステップ? は、その検証、探究・吟味 (Prufen), 正当化」の手続き=「推論」。仮定・臆見を結論と見なし、それを正当化する前提へと遡及。遡及されるべき前提・基礎的真理が、特殊事実的でなく一般法則的判断であれば「アプリアリ」、論理法則のみであれば、帰結判断は「分析的」。(GLA)正当化を経て、仮定が基礎的真理へ遡及されると、「真と見なすこと 仮定」は、? 「判断」= 「思想の真理性の承認 (als wahr anerkennen)」に至る。正当化された真なる「帰結判断」が、「認識 (Erkenntnis)」。しかし? 「認識と見なされた判断も不可謬ではない。フレーゲ自身予め認めるように、自らの論理体系から矛盾が生じたら、正当化の手続きは再検討を要す。(GGA.I,Vowort) ラッセル・パラドクスの発見。かくて正当化の手続きは、遡及されるべき前提からパラドクスが生じれば、阻却可能? 更なる探究・正当化への試みへ。

ここで注目すべきは、フレーゲが真理保存的な正当化である「前提から結論への推論」と単なる「仮定や虚偽からの帰結 (Folgerung)」への「擬似推論(Pseudoschluss)」とを峻別しつつ、なお「純粋な形式的導出 (rein formale Ableitung)」の余地を残しているように見えることである (GLGII[1906], Jourdain [1914], Dingler [1917])。後者は、いわゆる条件付証明やソクラテス論法で、ゲンツェンの自然演繹 NK では言えば、「 $\rightarrow$ 」の導入」に、ゼクエント算 LK なら各右入れに相当。

### (A3) 関数論的分析と合成

真理値名'? A'の、関数/アーギュメントという関数論的分析。」(GGA) 計算への先駆 (cf.Church[IML]pp.22 f)。

(i) フレーゲ統語論の特色: 真理値名の要素分析に、二種の形成規則。「除去 (ausschliessen)」による、関数記号・論理語の析出と、関数表現の空所への適切な名前の「充当 (ausfullen)」による、複合表現の形成(「合成原理」)。(GGA.§ 30)

8個の原初的な論理的関数表現から形成される、少数の論理的基本法則(公理)と唯一の推論規則(分離則 MP+実際には「代入原理」)をはっきり区別し、史上初の高階述語論理の公理体系化。代表的な推論規則が、実線???(MP)[NK.? 除去、LK.左入れ]、破線---(仮言三段論法[cut])、.....(ディレンマ)[ 除去、左入れ]、X(対偶変換)? (普遍汎化)[ 導入]のように、明示。

長らく不評だったフレーゲの二次元的表記は、このように交換や縮約といった構造規則も含めゲンツェンの NK, LK に、またその証明図の樹枝状表記は、コンピュータ・プログラミング言語と親近性をもつ。

(ii) 意味論 (1890 年以降を念頭におく)

(イ) 意味 (Bedeutung) 論においては、真理値名の真偽二値という二値原理、文優位 (各要素表現の意味は、真理値名の意味=真理値への貢献) ないしは、(後述の「基数関数・値域関数」の場合に顕著なように) 「文脈原理・抽象原理」、複合表現の意味は要素表現の意味によって確定」という「合成原理」が、貫徹。論理法則、推論、帰結関係の正しさは、Bedeutung のみが関連。フレーゲの「分析性」も、判断の論理的正当化、真偽のみが関係。

(ロ) 意義 (Sinn) 論においても、語の意義は真理値名の意義 = 思想・真理条件への貢献」という「文・真理値名優位」と、複合表現の意義は、構成要素表現の意義によって確定する」という「合成原理」は一貫。判断の「拡張性」「認識価値」「定義の生産性」「確定法」(1879)、「表示対象の与えられ方」「意義」(1892)に関連。

フレーゲの「判断優位/文脈原理」「関数論的分析」「合成原理」を具現した「概念記法」は、ライプニッツ流の *lingua characteri[sti]ca universalis* と *calculus ratiocinator* の統一的実現。

(A4) 「フレーゲ算術」の公理体系

算術的概念のフレーゲによる論理的定義：「生産的な (fruchtbar) 概念形成」, i.e. 二階多重量化を含む論理語による明示的定義。E.g. 「系列」「後続」「数学的帰納法」の論理的定義 (BS.III[1879])。? 「概念 F の基数」 $N(F)$  の意味 Bedeutung を、「一対一対応 COR」という同値関係を介してその同一性規準を与えることにより、確定しようとする。(「ヒュームの原理」(HP) と称される論理的「抽象原理」で、「文脈原理」の対象言語中で示される適用例。)

(HP)  $N(F)=N(G)$  ? COR(F,G)

この唯一の HP と「基数概念」「ゼロ」「後者」の論理的定義から、無矛盾な「フレーゲ算術」が構成可能。(Neo-Fregean) 但しフレーゲはシーザー問題という循環を避けるべく「概念の外延」というクラスに訴える基数の明示的定義を提起し (GLA)、概念の外延・値域の確定は GGA に持ち越される。

(B) 論理哲学探究

(B1) 論理の基本法則と原初的論理語

論理の基本法則? *Urwahrheiten* への遡及という意味での「正当化は不可能」、概念記法」内部での証明も不可能。矛盾の出現によって反証可能。

原初的論理語? 論理的に単純ゆえ、明示的名目的定義は不可能。

(B2) 論理哲学探究 (1)? ? メタ的説明 (Erklärung[BS]; Darlegung[GGA])

? フレーゲの論理観を「普遍主義的 (universalist)」と見なして、1920年代以降の現代論理との断絶を強調する主張あり (現代のモデル論的発想は、フレーゲ的なアプローチには塞がれており、いかなるメタ論理的統語論・意味論もありえず、比喩その他を駆使したヴィトゲン

シュタイン的な「説明 Erläuterung」のみ？) 論争続行中。フレーゲにモデルを変動させ、量化とその可変的領域確定を結合させるといふ発想はない。が、それ故に何らのメタ的、意味論的考察がないという主張は、実際のテキストから見ても、不可解。

? フレーゲは、原初記号、公理、推論規則の(メタ言語 説明言語 (Darlegungssprache) )によるメタ的説明、証明構成の予備的説明(分析 (Zerlegung) )を、実際に展開。さらに「比喩的な示唆による説明」も、どの局面であるのか確定を要する。それら全体が、フレーゲの自称「Logik」「Logische Untersuchungen」。例えば、以下を参照されたい。

BS [1879]第I部「表記法の説明(Erklärung)」での、原初記号導入のメタ的説明、

GLA[1884]は、全編メタ的説明。1882年のシュトゥンプないしマーティ宛書簡で、既に論理主義を実証する書物をほとんど完成したと告げ、またGGA.序言(1893)で、GLA 発刊以降、「ほとんど完成していた手稿」を放棄した内的理由が値域の導入による大幅な改訂にある、と述べる。シュトゥンプの助言に従って、ほとんど完成していた「概念記法」という対象言語で書かれていたはずの記号的公理体系の公開を延期し、その非形式的なメタ的説明を与えたのが、Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl という副題をもつ GLA。

GGA[1893]、I部「原初記号の説明 (Darlegung)」での、原初的論理記号の有意義性証明(成功すれば、フレーゲ的無矛盾性証明に相当) 公理の真理性、推論規則の真理保存性のメタ的な「説明」は、一種の意味論的正当化、少なくとも意味論的説明。(GGA.I, § 5, § § 7-8, § § 11-12, § 17, § § 30-31 etc.;野本[1986]pp.60-70)

だが値域操作子 ' '、値域名の意味確定は特異。「文脈原理」の適用例である、対象象言語中の公理 (V) という抽象原理を介し、概念の同値性によって値域の同一性規準を規定する仕方、値域名の意味が指定される。(GGA. § 9)

(V)  $F = G \quad ? \quad x[Fx \quad Gx]$

ラッセルはこの第 V 公理からパラドクスを引き出した。その他にも「シーザー問題」や「impredicativity」、bad company 問題 (値域名の意味の確定と、量化領域の確定を同時に行なうという循環)といった、面倒な問題を孕む。(『著作集 2』『著作集 3』の各編者解説参照)その後 (HP)のみに基づく「フレーゲ算術」擁護の Neo-Fregean、(V)の修正 + 集合論、(V)を維持し 計算 + 制限された論理に Frege 構造を与える試み等が提案され係争中。

(B3)論理哲学探究 (2)? ? 体系構築への予備学的説明

また「Propädeutik」、「Vorbereitung」、「Erläuterung」、「Winke」、「Vorhof」、「Logik」、「Logische Untersuchung」、「Gleichnis」等々と称する「説明命題 (Erläuterungssätze)」(Letter to Hilbert[1899.12.27])による論理哲学的探究あり。これらは、基本的な論理のカテゴリー(対象/関数・概念等)、論理形式、意味論的区別(意味と意義等)といった、メタ的観念のいわばメタメタ的説明にも関わる。(Wittgenstein の「sagen」と「zeigen」の区別の先駆?)

(B3 - 1) 論理的/意味論的カテゴリー区分のメタ的説明

(a)対象言語内では「語りえざる (unsagbar)こと?」-- 論理的カテゴリー と論理形式

先の論理的・意味論的カテゴリーの一般的区分は、対象言語中では「語りえない」。語の

Bedeutung は「語れる」が、意義は「示される」のみ。(Dummett[1973]pp.227f.)さらにギーチによれば、関数名・述語の意味<sub>B</sub>についても「語りえない」(Geach[1976])

確かに、単独のすべて確定した式中で、特定の関数を指定し語ることは困難。多様な理解の仕方があるからである(BS)。パターン<sub>B</sub>の並置、変項を含む量化命題との推論関係といった「結合関係のうちでのみ」(GLG. II)、関数はいわば「示される」。関数が指定済みであれば、ギリシャ文字で ' $x^2 + y = 1$ ' のように、特定の関数・概念をメタ的に表記可能。' $\lambda xy[x^2 + y = 1]$ ' は対象言語中での Church 流の計算表記。

また真理値名 'F(a)' の一般的「logische Form」(GLA. §70)、「logische Grundbeziehung」(ASB.128)も、対象言語中で「語りえない」。メタ言語では、「対象 a は概念 F に属する (a fällt unter einen Begriff F)」包摂関係(Subsumtion)にある」と語りうる。

(b) 意味<sub>B</sub>と意義のメタ言語における「語り」と「示し」

[対象言語中で]語の意味「表示されるものを特定の仕方で語る」ことによって、その意義を「示す」と云う (Dummett[1973]p.227) だが「意義」「思想」は、メタ言語中でさえ明示的には「語りえない」のではないか。

フレーゲの「意義」には、少なくとも「真理論的な相」と「認知的な相」が認められる。

真理論的場面: 真理値名は、我々の約定によって、いかなる条件下で真を意味するのか、それが確定される。これら真理値名の意義、思想は、これらの条件が充足されているという思想 (GGA.I, §32) である。以下の (T) は真理値名 'F(a)' の真理条件のメタ的説明である。(GGA.I, §4)

(T) F(a) が真であるならば、対象 a が概念 F(?) に属する (fallen unter)。

真理値名 'F(a)' の「意義」「思想」は、メタ言語中でも直接に「語られない」。'a', 'F(?)' の各意味<sub>B</sub>であると我々の約定した a, F(?) は、F(a)=真理値真なら、傍点部の「帰属・包摂関係」といふ条件を充たす、つまり a と F(?) とが帰属・包摂関係にある、とメタ的に「語る」ことにより、メタ言語中で 'F(a)' の「意義」「思想」をいわば「示す」。ところでフレーゲのメタ言語では、真理値名は「真理値を意味する」以外に、その「意義」「思想」を「表現する (ausdrücken)」(GGA.I, §2) と語りうる。

認知的な相では、異なる表記、例えば、「宵の明星」「明けの明星」は、同一対象の異なる「与えられ方」(SB.26)を含む異なる意義を「表現する」(SB.32)。各表現は、対象言語中で、その表示対象を「意味し」、さらにその「意義」を「表現する」。しかしその「意義」は、当の対象言語中では「表現され」「示される」のみで、「語られ」はしない。そう語るにはメタ言語に昇階せねばならない。(「言う」のような間接話法や「思う」「信じる」といった命題的態度の報告では、従属節の表現する「通常の意義」「思想」が、間接的 (ungerade) 意味として、対象言語中에서도「語られうる」。? 内包論理の意味論へ (Carnap の intension/extension, Church の LSD, Montague 文法 etc.) )

文の意味 = 真理値と意義 = 思想というフレーゲ説と、ラッセルの単称命題論、ウィトゲンシュタインの原子的事実・事態、意義論争は、Carnap, Church, Montague, Dummett を経て、

Donnellan, Kripke, Kaplan らの直接指示、Evans らの単称思想論へと継続中。

©) 比喩的示唆 基本的なカテゴリー 一般のメタメタ的説明

「比喩的表現は、用心して用いれば、常にあることの明晰化に貢献しうる。」(「否定」157[1918])

©1) 「固有名/対象」対 「関数表現・述語/関数・概念」の対比への比喩

統語論的・意味論的カテゴリー区分一般の、日常語によるメタ的説明も、「言語の硬直性」の故に窮境に陥る。(E.g. 'Der Begriff Mensch') 「対象/概念」の区別は、単純性の故に論理的分析も定義も不可能(「概念と対象(BG)」), 還元不可能な「Logische Urerscheinung」(GLG.II)(cf形式的概念(formale Begriffe)」に相当?)。関数表現・関数は「空所をもち」不飽和(ungesattigt)」/固有名や対象は「完結・飽和」(BG)、端点をもつ線分と分割点を持たない線分への分割(「FB」)で、また「補完の必要性」を、「衣服は自力では直立できず、着用する者を要する」(N.157.)という比喩で説明し、「読者ないしは聞き手の好意ある理解への示唆(Winke)」(同)を当てにする他はないと云う

©2) その他の比喩的説明

(1) 「概念記法」と「日常語」? 「顕微鏡」「道具」と「裸眼」「素手」の対比。(BS)

(2) 認識の拡張性? 「家の中の梁ではなく、種子のなかの植物のように。」(GLA. § 88)

(3) 意味・意義以外の言語諸相を、「色合い、陰影」「力」という比喩。

(4) 意味-意義-表象」の関係を、望遠鏡の比喩を用いて、意味を「観察対象」に、意義を「対物レンズ上の実像」に、表象を「各観察者の網膜像」に喩える。(SB.)

(5) 「文は、思想の写像 (Abbildung)」(1919:NS.275) 「文の構造を思想の構造の像 (Bild)」(Gg. 36.1923)に喩える。(既にヴィトゲンシュタインの『論考』の影響か。)

このように自らの論理体系の構築 論理哲学探究の最も基本的な道具立てについての説明という局面で、そしてほぼその次元でのみ、フレーゲは、ヴィヴィッドな比喩に訴えて示唆的説明を行なっている。メタ的次元においてさえ「語りえずして、示される」他はない基本的な考えや枠組について、「比喩・隠喩」を駆使しての「示唆」により、読者の好意ある理解を得ようと試みている。フレーゲは、アリストテレス以来の不出世の革命的な論理家(Logiker)であるとともに、卓抜な隠喩家(Metaphoriker)でもあった。(cf. Gabriel[1991] :Zwischen Logik und Literatur)