

哲学は数学について何を問題とすべきか  
近年の数学基礎論、特に「逆数学」から学ぶもの

岡本賢吾（首都大）

[ 1 ] 「哲学の問題」と言うと、一般に、まずは「認識論の問題」及び「存在論の問題」だと解されることが多い。「認識論の問題」とは、簡単に言えば、「真であると信じられている原理、命題、等々は、本当に真か、それらが真であるという我々の信念は、一体どうすれば正当化できるのか」であり、また「存在論の問題」とは、「本当に在ると言えるものとは何か、とりわけ、我々が持っている確実な知識の体系に従うと、どのような存在物が、どのような仕方であることになるのか」である。

こうした見方は、数学の哲学の場面でも、やはり支配的であると言ってよいだろう。すなわち、ここでは、哲学が数学について問題とすべき事柄、あるいは数学との関わりで努めるべき事柄とは、( 1 )( 数学が真理の体系であることの ) 認識論的な基礎付け・正当化を与えること、及び、( 2 )( 数学によると、いかなる対象や構造が、いかなる仕方である存在することになるのかについての ) 存在論的な説明・描像を作り上げることだ、と見なされるのに他ならない。

しかしながら、筆者の理解が誤っているのでなければ、こうした常套的な見方に対しては、次のような難点を指摘すべきである。すなわち、( a ) 第一に、そもそも( 1 )も( 2 )も、果たして問い( ないし企て ) として正当なものであるか否か、つまり、それ自体でまともな問い、まともな企てを成しているのか否かという点について、実は( 技術的にも概念的にも ) 大いに疑いの余地があるということ、( b ) 第二に、それ以上に、数学について哲学が取り上げるべきであるような、もっと重要で興味ある問題は明らかに別のところにあり、この意味で、( 1 )( 2 ) のような事柄に拘り続けることは単なる「的外れ」と評すべきではないか、ということである。ここでは、これらの点の立ち入った説明は後に譲り( ( a ) については、今回のテーマから見てあまり本質的でないので、当日の議論で必要な範囲で補足するだけとし、他方( b ) で言う「もっと重要で興味ある問題」については、以下の [ 2 ] でその概括的な説明を述べる ) もう一言、( 1 )( 2 ) についてコメントを付け加えておきたい。

現在でも、大半の哲学者が( 1 )( 2 ) のような見方を採っている。併せて言えば、多くの論理学者・数学者も、おそらく余儀なくこのような見方を受け入れ、その結果むしろ哲学に関心を失ったり、反感を抱いたりしている( 彼らがそうなること自体はあながち不当でないと思うが、いずれにせよこのような現状は不幸なことである )。ことには、もちろん理由がある。すなわち、カントール、フレーゲ以来、ヒルベルト、ブラウワー、ワイル、そして近くはゲーデル等に至るまで、多くの影響力ある数学者・論理学者・哲学者が、( 少なくとも彼らの公式の、あるいは典型的な発言を素直に受け取る限り ) 確かに( 1 )( 2 ) のような見方を持っていたし、またそれだけでなく、実際に彼らは、それぞれなりの仕方( 1 )( 2 ) に一定の回答を与えようと試みていた、ということである。

しかし同時に、ここで次の点を忘れるべきではない。すなわち、通念化した解釈に囚われずに彼らが残した発言を柔軟に読み直し、またそれ以上に、彼らが実際に達成した技術的内容を現在の論理学・数学基礎論の理論的水準に照らして的確な仕方( 1 )( 2 ) で再構成・拡張するならば、これはまさしく、例えば逆数学がヒルベルトのプログラムについて行っていることである。そこにはごく自然に、( 1 )( 2 ) には単純に帰着してしまうことのない独自の哲学的な問い、及びそれに対する回答の試み( つまり、筆者の考えでは、上で言う「もっと重要で興味ある問題」にはっきりと親近的なもの ) もまた見出されると考えられる、ということである。( この点については、特にフレーゲ、ヒルベルト、ブラウワーに関して多少論ずる準備があるので、当日時間が許すならば説明したい )

[ 2 ] それでは、数学との関わりで哲学が問題とすべき「もっと重要で興味ある問題」とは、具体的にはどのようなものか。ここではごく直観的な仕方ではしか述べることができないが、それはおおよそ次のようなものだと思われ、筆者は考える。

( ) 第一に、ますます複雑な仕方では発展を遂げている現代数学は、そうした発展に応じた、従来よりも(つまり、上に名を上げた人々が直接に行ったのよりも)いっそう根底的で繊細な理論構造の分析を要求している、ということである。とりわけそこで必要とされているのは、筆者なりの言い方をすれば、数学を構成する基本的な概念的要素についてより普遍的で明示的な解明を与える、ということだと思われる(ここで言う「概念の普遍化・明示化」ということの内実については、当日、できるだけ精確に述べつもりである)。

もちろんこのとき、実際の分析・解明の作業は専門家に任せるべきである(と言うか、任せるしかない)。今回のお二人の仕事に代表されるような、近年の逆数学(を始めとする論理学・数学基礎論の展開)から哲学が学ぶべき事柄、学ぼうとする事柄が様々に存在するのは、この理由によっている。しかし同時に、そうした分析・解明が、我々に何を教えているのか、とりわけ、哲学において伝統的に基礎的なものとして位置づけられてきた諸概念(存在、真理、証明、意味、等々)について、従来とは異なる(ことによると、はっきりと改訂を迫る)どのような理解や見通しをもたらすものであるのかを明確化するという作業がここには更に残されており、それはまさに、現在、哲学が第一義的に取り組むべき課題だと位置づけてよいであろう(この点について、より具体的な事例を当日用意する。なお、筆者の見るところ、無論筆者自身も含めてであるが、哲学者の間ではこの作業は十分緒に就いていない。しかし他方で、ほとんどそこにまで手が届いているように思える論理学者・数学基礎論学者は、実は様々に存在しており、この点でも相互の間での交流・協力の余地は十分にあると思う)。

( ) 第二に(ここまで述べるとあまりに話が大きくなりすぎるが、多少の放言を許してもらうことにして)、可能であれば、こうした分析・解明を通じて顕在化する数学自身の「実相」とは、詰まるところ何であるのか、つまりこう言ってもよければ、それは「宇宙」あるいは「自然」の中にどのように位置付き、我々自身、及び物理的自然との間でどのような相互連関を形作っているのかを、そのために必要な概念を発見あるいは案出するの確に言い表す、ということである。

従来、上記の(1)(2)(とりわけ(2))について答えることが、すなわち、いま( )で述べた問いに答えることである(と言うより、そのための必須の前提、あるいは経路である)と信じられてきた(それはつまり、簡単に言えば、まず数学の存在論的コミットメントを確定せねばならない、という考えである)。しかし、「自然」の中での数学の位置を適切に明らかにするために必要なのは、認識論・存在論という多分に因習的な図式 其の根底には、始めから数学を狭義の「認知プロセス」に内在するものと見なしてしまう偏向が間違いなく含まれていよう に縛られたこうした考えからはっきり手を切り、むしろ、数学のうちに様々に実現されている概念的要素の機能、振る舞い、適用のされ方、といったものを、従来以上に文字通り「普遍的な仕方では明示化する」ことだと言えよう。当日もう少し敷衍する通り、近年の論理学・数学基礎論の展開が志向している方向性においては、実際にこうした考えが中心的となっている(その意味でも、そうした近年の展開は、(1)(2)のような問題を超越するための促しを哲学に与えている)と筆者には思われる。

[ 3 ] というわけで、ここでは、より詳細を補わねばならない論点ばかりを気ままに並べ立ててしまったが、筆者としては、お二人(及び司会者)のお仕事との関わりがもう少し実質的になるように、上で試案的に述べた「概念の普遍化・明確化」という特徴づけを掘り下げて準備し、以上で予告した論点にできるだけ裏付けを与えるよう努めたい。

[以上]