論理学と様相論理

竹内泉

論理学は哲学や数学と混同されがちであるが、どちらからも独立した学問であり、言語学や物理学と同様の一ヶの個別科学である。違いを一言で言うなら、哲学は概念を分析し数学は構造を分析するのに対し、論理学は論理を分析する。

到達関係構造と《行った先で成り立つ》を意味する様相、即ちクリプキ意味論の研究は豊かな理論を産み出し、数学の一分野となった。しかし、論理学で研究する様相は《行った先で成り立つ》を意味する様相ではない。そこにクリプキ意味論を持ち込むには何らかの理由付けが必要である。

必然性と可能世界を研究するのは哲学の一分野である形而上学である。論理の分析に可能世界が必要であるとは思われない。論理的説明に際し、反実文を使うことはよくあるが、それは反実文によって現実世界の何某かを描写したいのであって、反実世界に言及しているのではない。

論理学の対象となる様相は多数ある。その一つとして、特定理論に注目し、その理論からの論理的帰結であることを意味する様相がある。その論理的帰結の様相論理には、以下のような意味論が有効である。

まず論理式は、述語論理の原始論理式から $\neg$、$\wedge$、$\forall$ と様相記号 $\Box$ によって作られる。$\Box$ を含まない論理式を古典論理式と呼ぶ。以下に $\langle C, D\rangle$ は互いに無矛盾な古典論理式の組である。$\langle C, D\rangle$ と論理式 F の間の関係 $\models$ は F の構造に関する帰納法によって以下のように定義される。

$\langle C, D\rangle \models A \iff (C \wedge D) \supset A$ が古典論理の定理 (A は原子論理式)
$\langle C, D\rangle \models \neg F \iff C \wedge D$ と無矛盾な任意の古典論理式 D' で $\langle C, D \wedge D'\rangle \not\models F$
$\langle C, D\rangle \models F \wedge G \iff \langle C, D\rangle \models F \;\&\; \langle C, D\rangle \models G$
$\langle C, D\rangle \models \forall x.F \iff$
　$C \supset \exists x.Q$ が古典論理の定理となる任意の古典論理式 Q で $\langle C \wedge Q, D\rangle \models F$
$\langle C, D\rangle \models \Box F \iff \langle C, C\rangle \models F$

任意の $\langle C, D\rangle$ で $\langle C, D\rangle \models F$ となることを、F は恒真であると云う。この恒真性には公理化がある。

直観的には、$\langle C, D\rangle$ の C は注目している理論であり、D は実際に成り立つ事柄である。

[文献] 拙著「様相論理の文脈解釈」科学哲学 36 巻 2 号 135〜150 頁、2004 年