科哲 WS 2009.11.21

哲学における「論理・数学教育」のひとつの目標
:〈理論開発（概念形成）の中で働く（顕在化する）哲学〉に目を向けさせる

岡本賢吾（首都大）

１．哲学と論理・数学はどう関係し合うか —— ２つの代表的回答

１－１．回答その(1)： 哲学の「方法論」としての論理・数学

・哲学的問題の分析手段としての**論理**： 一般に哲学の諸問題は、まずもって論理を道具として用いて分析される必要がある。

e.g. インフォーマルな論証の厳密化、問題自体の精確な定式化、可能な解決の選択肢の確定、etc.

・論理の分析手段としての**数学**： 以上のような道具としての論理自体について、さらに、その特性・構造・限界、等々を明らかにすることが必要となる。このためのいわば「高次の道具」が数学。

⇒ 算術（数学的帰納法・構造帰納法、再帰関数論、etc.）、位相数学、普遍代数、集合論（超限帰納法、選択公理、巨大基数公理、etc.）、圏論、等々を用いて行われるメタ論理。

１－２．回答その(2)： 「認識論的基礎づけ」の対象としての論理・数学

・**伝統的**な問題設定： 哲学が第一義的に従事すべき課題のひとつは、懐疑論に抗して、我々の認識全般、とりわけ学問（その中でも、特に論理・数学）の真理性を打ち立てることである。

・より**現代的**な問題設定： 認識論は哲学の専有物なのか、むしろ自然化や社会化が必要ではないのか。そもそも、どのようなことが行われれば「学問の真理性が基礎づけられた」ことになるのか。あるいはそれ以前に、学問を始め、我々の認識は真である必要があるのか、etc。

２．一つの異なった見方　——　理論開発（概念形成）の活動としての論理・数学

２－１．まず、一言で言うと・・・

・論理・数学は、確かに「問題分析のための道具」である。さらに言えば、「基礎づけ対象」であったり「思弁の誘因」であったりすることがあっても、まあよかろう。しかしいずれにせよ、まずその前に、それ自体が「理論開発の活動」であり、その「プロセス」である。特に、そこでは様々の新たな——通常の哲学的活動に専念している人間には思い至らないような——「概念形成（concept formation）」が行われる。

・ポイント：　**こうした概念形成は、決して哲学と無縁ではない。**

⇒理由(1)：　概念形成は、ある場合には、従来の常識的な見方を超え出るために、独自の「哲学的考察」（概念分析）を行うことを本質的に要求する。その実例は枚挙に暇なし。

⇒理由(2)：　またある場合には、多くの関連研究者が徐々に自覚していくという過程を経て、結果として一定の「哲学的原理」のようなものにまで結晶化する。

e.g.　最近の一例だけ上げると、「propositions as types, proofs as programs conception」

・提案：　**哲学における論理・数学教育は、こうした〈概念形成のうちで働く／顕在化する哲学〉という問題への理解を持たせることを、その目標の一つとすべきではないか。**

２－２．論理数学の近年の動向

(1)基礎概念の掘り下げと一般化
e.g.　圏論（トポス論）、部分構造論理、様相論理－クリプキ構造の様々な拡張、など。

(2)既成の理論の批判的分析に基づく、明示的な再構成
e.g.　逆数学、構成主義的解析学、形式的トポロジー、など。

⇒　こうした動向をイデオロギー的な対立（古典主義 vs.直観主義、等々）としてだけ、あるいはまた、純然たる技術革新としてだけ捉えるのははっきり的外れ。
少々大げさに言うと、概念的基礎のレベルでの広範な「地殻変動」が起こっている。
従来型の分析哲学は、これに対する対処の点で圧倒的に立ち遅れている。
その意味でも、教育レベルでの見直しが必要なのでは?

３．論理・数学教育の大まかなカリキュラムの例

以下は、一応上記の提案を念頭に置きつつ、岡本がおおむね従っているもの。ただし、それぞれ全部というわけではなく、その都度適宜取捨選択している。

・文系専門課程版： NJ・NK（メタでも論理を使う以上、これは必須） ⇒ LK・LJ（カット除去、部分構造論理について） ⇒ 古典的タブロー（＆命題論理のモデル論） ⇒ タブローとシークエント計算の等価性 ⇒ タブローの直観主義論理及び様相論理への拡張 ⇒ シークエント計算の様相論理への拡張 ⇒ クリプキ意味論入門 ⇒ ブール代数・ハイティング代数と表現定理、正規モデル ⇒ 述語論理のモデル論 ⇒ 完全性定理の周辺

・理系教養課程版： NJ・NK ⇒ 初等的な数学理論の形式化の実際――(1)NK ベースの、準形式的な公理的集合論に基づく半順序論（これはメタ論理で使う集合論のための準備でもある)、(2)NJ・NK ベースの一階形式算術（これはメタ論理で使う算術のための準備でもあり、特に数学的帰納法を用いた形式的論証の練習を詳しくやる） ⇒ 正規化などの証明論的考察＆モデル論（この辺は、上記文系版を適宜応用） ⇒ ゲーデルの不完全性定理入門（これは学生がやりたがるためであり、実際には少々難しい）

・指導学生のための論理数学入門（個別の tutorial などで以下の文献を適宜読む他、特殊講義などの授業で一部を取り上げている）： 再帰関数論の基本（［篠田］など）・位相空間論の基本（［内田］など）・代数系の初歩（［新妻他］など）・解析学の初歩（［黒田］など）・線形代数の初歩（［新井］など）・圏論の基本（［McLarty］［Lawvere］など）・構成主義数学の初歩（［Troelstra＆van Dalen］）・集合論の基本（あまりよい本がない）

［新井］新井仁之：線形代数（日本評論社）
［内田］内田伏一：集合と位相（裳華房）
［黒田］黒田成俊：微分積分（共立出版）
［篠田］篠田寿一：帰納的術語と関数（河合文化教育研究所）
［新妻他］新妻弘他：群・環・体入門（共立出版）
［Lawvere］F. W. Lawvere：Conceptual Mathematics, Cambridge.
［McLarty］C. McLarty：Elementary Categories, Elementary Toposes, Oxford.
［Troelstra&van Dalen］A. S. Troelstra and D. van Dalen：Constructivism in Mathematics vol.1&2, North-Hollamd.