

ジラルの統合的論理結合子に対する証明論的考察

西牟田 祐樹 (Yuki Nishimuta)
慶應義塾大学

線形論理の創始者ジラルは (Girard, 2001) で構文論と意味論を一元的に捉える枠組みとしてルディクス (遊び) の理論を導入した。ルディクスの規則はジラルが (Girard, 1999, 2001) で導入した統合的論理結合子 (synthetic connective) の推論規則と対応している。

我々は統合的論理結合子に注目することによって、構文論と意味論が一体となったルディクスの規則を証明論的あるいは構文論的な観点から考察する。

統合的論理結合子は一般に、線形論理の複数の異なる論理結合子を統合して一つの論理結合子と見なしたものである。より正確には次のように説明される。線形論理は二種類の連言と選言を持つ。二種類の論理結合子はそれぞれ乗法的論理結合子、加法的論理結合子と呼ばれる。統合的論理結合子は (Girard, 1993) で導入された極性の概念を用いて定義される。統合的論理結合子は同じ極性を持つ乗法的論理結合子と加法的論理結合子を組み合わせることによって得られる (Girard, 1999)¹。

本発表ではまず統合的論理結合子を二項結合子の組み合わせとして捉えると、(Girard, 2001) の体系では次の問題が生じることを指摘する。(Girard, 2001) の体系は、後件は任意個の論理式を許し、前件は論理式を一つに制限したシーケントを用いている。統合的論理結合子の推論規則は二項論理結合子の推論の幾つかのステップを一つ

¹ (Girard, 1999, p.44) では明示的に統合的論理結合子の定義を与えているのに対し、(Girard, 2001) は具体例によって統合的論理結合子を説明しており、明示的な定義は与えられていない。しかし、(Girard, 2001, p.307) での統合的論理結合子の説明は二項結合子の組み合わせによってなされており、(Girard, 1999) の定義と本質的に同じものである。

のステップで行うものとして定義される (Girard, 1999, p. 44)。統合的論理結合子の左規則を定義する際にジラールはド・モルガン双対性を用いている (Girard, 2001, p. 307)。しかし、(Girard, 2001)の体系では直観主義論理と同様にド・モルガン双対性は成り立たない。このため (Girard, 2001)の体系では二項論理結合子の組み合わせとして統合的論理結合子を定義することが出来ない。よって、統合的論理結合子を二項結合子の組み合わせと定義する方法と (Girard, 2001)の体系は両立しない²。

本発表では統合的論理結合子を、二項論理結合子の組み合わせでは表現できない論理結合子 (non-decomposable connective) (Danos and Regnier, 1989) と見なすことによって、この問題に対する解決策を与える。特に (Danos and Regnier, 1989)の一般化乗法的論理結合子の理論の観点から統合的論理結合子に対する考察を行う。その際に、一般化乗法的論理結合子のカット除去のメインステップとグラフの対応を、統合的論理結合子に対しても (Delandé, Miller and Saurin, 2010)のグラフを用いて考察する。

参考文献

V. Danos and L. Regnier, The structure of multiplicatives, Archives for Mathematical Logic, vol. 28, 1989, pp. 181-203.

O. Delandé, D. Miller and A. Saurin, Proof and refutation in MALL as a game, Annals of Pure and Applied Logic, vol. 161, Issue 5, 2010, pp. 654-672.

J.-Y. Girard, On the unity of logic, Annals of Pure and Applied Logic, vol. 59, Issue 3, 1993, pp. 201-217.

J.-Y. Girard, On the meaning of logical connectives I : syntax vs. semantics, in: Berger, Schwichtenberg (Eds), Computational logic, Springer, 1999, pp. 215-272.

² (Girard, 2000)の体系 HC でも同様の問題が生じる。(Girard, 1999)には統合的論理結合子を用いる体系への言及はない。

J.-Y. Girard, Locus Solum: From the rules of logic to the logic of rules, *Mathematical Structures in Computer Science*, vol. 11, Issue 3, 2001, pp. 301–506.