

数学と変数 —独立変数と従属変数—

竹内泉 (Takeuti Izumi)

産業技術総合研究所

本研究は数学の言語哲学の研究である。変数の使用は数学の言語に特有である。変数の使用を分析することによって、数学の言語の本質を探究する。

数学には以下のように様々な変数が登場する。

恒等式の中の文字

方程式の中の未知数

多項式論の変数と命題変数

座標変数と確率変数

独立変数と従属変数

自由変数と束縛変数

統計学の変数

今回は独立変数と従属変数を分析する。座標変数と確率変数までのものは、既に分析されている。また自由変数と束縛変数以降のものは、分析は未着手である。

変数の使用の分析には、述語論理への翻訳という手段を用いる。述語論理には変数は自由変数と束縛変数しか登場しない。独立変数と従属変数を如何にして自由変数と束縛変数へ翻訳するか、という点が問題となる。

独立変数は、微分式の分析から分かる様に、時間に沿って動くという機能と、函数の仮引数としての機能がある。前者は自由変数へ翻訳され、後者は束縛変数へ翻訳される。即ち、独立変数には二面性がある。数式によっては、大域的な独立変数の他に局所的な独立変数がある場合がある。局所的に働くという点は束縛変数に似ているが、独立変数の機能は束縛変数に限ったものではない。

独立変数の二面性に対応して、従属変数にも二つの機能がある。独立変数の変化に伴なって値を保持するという機能と、独立変数との関係を保持するという機能である。前者は自由変数へ翻訳され、後者は函数記号へと翻訳される。