

Reducibility を用いた強正規化定理の証明の哲学的考察

新井啓子 (Keiko Arai)

東京都立大学人文科学研究科

本発表は、計算体系とそのモデル論的意味論との関係性の関心から、Tait-Girard による強正規化定理の証明で用いられた reducibility の哲学的意義について考察するものである。まずはじめに、本発表の背景となる強正規化定理についての説明から述べていくことにする。

強正規化定理は計算論の重要な定理で、正規化定理の定式化のひとつである。正規化定理とはある計算体系のタームに正規形が存在することを言うものである。適切な戦略を選べば正規形に至るとというのが弱正規化定理であるのに対し、今回取り上げる強正規化定理はどのような手順で変換を行おうとも正規形に至るということを述べている。

強正規化定理の代表的な証明方法が Tait-Girard による reducibility を使ったものである。reducible タームの集合 RED_T は以下のようにタイプ T についての帰納的定義で与えられる。

T が atomic タイプで t がタイプ T のとき、 $t \in RED_T$ iff t が SN

T が $U \times V$ タイプで t がタイプ $U \times V$ のとき、 $t \in RED_T$ if $\pi_1 t \in RED_U$ & $\pi_2 t \in RED_V$

T が $U \rightarrow V$ タイプで t がタイプ $U \rightarrow V$ のとき、 $t \in RED_T$ if $\forall u \in RED_U. tu \in RED_V$

Girard (1989) では単純型付きラムダ計算の拡張である system F の強正規化定理を証明するために、Tait が用いた saturated set の代わりとして reducibility candidates の概念が導入されている。Reducibility candidates とは以下の 3 つの条件を満たすタームの集合である。尚、neutral term とは、 $\langle u, v \rangle$ と $\lambda x.v$ のかたちをしていないタームのことである。

CR1: $t \in RED_T$ なら、 t は SN

CR2: $t \in RED_T$ かつ t を β 変換して t' になるなら、 $t' \in RED_T$

CR3: t が neutral で、 t を 1 回 β 変換して t' を得るといつも $t' \in RED_T$ なら、 $t \in RED_T$

Reducibility による強正規化定理の証明について、そのモデル論的意味論を明らかにしようとしているのが Cousineau and Hermant (2012) や Dowek and Werner (2003) などの研究である。とりわけ Dowek and Werner (2003) では、reducibility candidates に基づいたモデルの存在が強正規性を

含意していることを示した点で興味深い。今回の発表では、先行研究を参照しつつ、Tait-Girard の reducibility による証明の考察を通して、frege が問題としていた内包と外延についての哲学的意義を検討したい。

参考文献

Cousineau, Denis & Hermant, Olivier. (2012). A Semantic Proof that Reducibility Candidates entail Cut Elimination. *Leibniz International Proceedings in Informatics, LIPIcs*. 15. 10.4230/LIPIcs.RTA.2012.133.

G. Dowek and B. Werner. Proof normalization modulo. *The Journal of Symbolic Logic*, 68(4):1289-1316, 2003.