

ラムジーはなぜ決定問題に取り組んだのか ラムジーの数学の哲学と有限主義

出口康夫

哲学者ラムジーは、そのキャリアから言えば、むしろ数学者であった。彼はケンブリッジ大学の数学科を卒業し、その後、同大学で数学の助教授を勤めていたからである。その彼の、(論理学・基礎論と区別された、狭義の意味での)数学の唯一の業績は、『形式論理の一つの問題について』(1928)における、「組み合わせ論(combinatorics)」の決定問題に関する一連の定理、いわゆる「ラムジーの定理(Ramsey's theorem)」であった。そして、この定理は、等号を備えた一階述語論理の決定問題を解決するための橋頭堡として位置付けられていた。他の分野における彼の仕事と同様、このラムジーの定理もまた、後に大きく発展する数学の分野 - 「ラムジー理論(Ramsey theory)」や「ラムジー基数(Ramsey cardinals)の研究」 - を切り拓くパイオニアの役割を果たしたのである。

しかしこれは一見、奇妙な事態である。それは何故か。そもそも決定問題(Entscheidungsproblem)とは、「ある数学的対象が一定の性質を持つかどうかを、有限回の操作で判定するアルゴリズムを見つけよ」というものであり、「数学の定義や証明は有限回の操作で完了するものでなければならない」という有限主義(finitism)を採ることで始めて、重要な問題、ないしは不可避の課題として浮かび上がってくる問題である。(もちろん、「有限主義を採らなければ決定問題は無意味になる」とまでは言えないにしても。)特に、ラムジーが取り組んだ一階述語に関する決定問題は、有限主義的なメタ数学を備えた20年代のヒルベルト・プログラムにとって重要な課題として位置付けられていた。つまり数学者ラムジーは、ヒルベルト・プログラムの推進者の役割を演じていたのである。

一方、数学の哲学者としてのラムジーは、ラッセルの論理主義の擁護者・改良家として知られ(Ramsey, 1925, 1926)、そのような立場から、ヒルベルトの形式主義やワイルの直観主義に対する批判を行っていた。そしてラムジーの批判の矛先は、まさに、彼が形式主義と直観主義の共通点と見なした有限主義に向けられていたのである (Ramsey, 1926)。

このように、数学者としてのラムジーと、数学の哲学者としてのラムジーは、有限主義に関して、ある意味で、相反する態度を取っていたかのようにも見える。このような事態は、果たして、サーリンが示唆するように、(例えば直観主義者コルモゴロフが、ヒルベルトの公理主義の立場に立って確率論の公理系を構築したように)才能ある数学者が自らの哲学的立場にとらわれずに、自らの才幹を存分に振るった結果なのか (Sahlin, 1990, p.182)。それとも、われわれは、そこから、有限主義に対するラムジーの微妙なニュアンスを読み取ることができるのだろうか。

本発表では、ラムジーの定理やラムジー理論など、ラムジーの数学上の業績と、それに基づいた、その後の数学の発展を概観・紹介するとともに、以上のような問題を考えてみたい。

(参考文献)

Ramsey, P. F. *The Foundations of Mathematics*, 1925, in Mellor, D. H. ed., *Philosophical Papers*, 1990, Cambridge UP.

- *Mathematical Logic*, 1926, in Mellor, ed., 1990.

- *On a Problem of Formal Logic*, 1928, in Braithwaite, R. B., ed., *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, 1931, Kegan Paul.

Sahlin, Nils-Eric, *The Philosophy of F. P. Ramsey*, 1990, Cambridge UP.

伊藤邦武・橋本康二(訳) D.H. メラー編 ラムジー哲学論文集, 1996, 勁草書房