

論理のなかの量子

渡部 鉄兵

物理学における新しいアイデアの登場が数学の世界を拡張するという事は、微分積分のような歴史的事例からも周知の通り、それほど珍しいことではない。二十世紀以降では、プランクにはじまる「量子」という物理学上の新しい考え方が、数学者に対して多くの課題（或いはインスピレーション）を与えて続けている。例えば関数解析では、量子力学における物理量を数学的に表すために非可換環の研究が急激に進展し、測度論では、量子力学における測定結果の分布を表すために、非可換確率論が新たに誕生している。大雑把に言えば、古典力学における諸概念の量子力学的対応物を数学的に扱うために、古典力学周辺の道具立てにみられる可換性を非可換な場合にも一般化する必要性が認識されるようになったのである。そしてこのような非可換一般化が数学的に興味深い結果を次々に導くようになると、もはや物理学者からの要請に答えるために必要な限られた分野だけではなく、数学の様々な分野でこれまで前提されていた可換性を取り除く研究が進んでいる。

ここでの要点は、量子力学の登場が、数学の幾つかの分野において既存の枠組みを一般化する処方箋を与えたのだ、ということよりもむしろ、それまで数学的関心をもたれていた幾つかの概念には何らかの（恐らくは古典力学的世界観に根ざした）暗黙の前提が含まれていたこと、そしてそのような前提を取り除くことによってこれらの概念がどのように拡張されるのか、ということが明らかになりつつある、ということである。

物理学と数学の間のこのような相互作用において、かつて量子力学が論理学へ及ぼす影響が哲学上の論争となったことがある。量子力学の数学的基礎を探求する過程においてフォン・ノイマンは、量子力学における「物理量 A の値は a である」のような観察言明たちの振る舞いが古典論理の規則に従わないことに気が付き、バークフと共に量子論的観測言明の記述に適した体系、いわゆる量子論理を提案した。代数的に言えば、古典論理がブール構造をもつものに対して、量子論理はその非可換版にあたる構造をもつような体系である。ちょうどその当時、唯一の正しい論理は古典論理か直観主義論理か、ということが哲学的話題として取り上げられおり、量子論理の発見に刺激され、「相対論によって非ユークリッド幾何学が正しい空間構造であることが明らかにされたのと同じように、量子論によって量子論理が正しい論理構造であることが明らかになったのだ」と論理の改訂を迫る主張さえなされたのである。

しかしながら、量子論理を振りかざした論理の改訂可能性論争は次第にみられなくなり、また現在のところ、論理学の哲学における主要な考察対象にもなっていない。その理由は第一に、量子論理は量子力学と分かちがたく結びついており、それは例えば「規範行為の論理」(義務論理)のような他の非標準的論理体系と同じく、ある限られた状況を述べる命題の間に成り立つ諸規則に過ぎないと見做されたからであろう。要するに、論理学の主潮流からは「それは微視的世界のことだから」と無視されたわけである。第二に、形式的体系としての量子論理は、古典論理の単純な一般化（ブール構造の除去）から期待されたよりも魅力に欠ける体系であり、含意結合子に関する技術的な問題とそれに付随して証明論的研究が停滞しているという事実もあって、古典論理や直観主義論理のような標準的論理体系と比較するほどの技術的興味を惹かなかったことにある。もちろん、量子論理の発見は、よく知られているように、量子的観測命題たちが真偽の二値確定性をもたないことを明らかにし、それによって量子力学の解釈問題に新たな視点を提供しており、その意味では量子論理が哲

学的考察に値しないわけではない。しかしその観点はいわば「量子のなかの論理」とでもいうべきものであり、それによって論理の本性（例えば、数学における証明という概念をどのように捉えるべきか、といった事柄）に関する我々の認識の進展に直接寄与するものではないと思われるのである。

すると、結局のところ量子力学は論理に関する概念拡張にまでは影響を及ぼさないのだろうか。そのように考えるのは性急に過ぎる。量子論理が論理学の主潮流に影響を与えなかったことと、量子力学自体への評価は切り離さなければならない。実際、量子論理への関心が薄れていった一方で、量子力学のさらなる応用上の発展と論理学における幾つかの興味深い発見が次第に結びつきつつある。そして、両者のこの新しい接近を通じて、量子力学の登場は確かに論理の本性に関する我々の認識の進展に寄与するのだ、ということを論じるのが本討論の目的である。その際に採る戦略として、物理学と論理学との間に計算機科学を仲介させる、ということをおそらく述べておこう。計算という仲立ちを通じて、「論理のなかの量子」の在り方を検討していきたい。