# 三部推件計算と「他の可能性からの批判」

畑中直之（Naoyuki Hatanaka）

神戸大学

本発表では、「（意味論的）パラドクスを避けるために有限多値論理（特に三値論理）を採用する」という戦略に、どのような欠点があるのか、一つの分析を与えることを目指す。なぜ三値論理か？：数学外の事象を分析するとき、二値という枠組みはいつも有効というわけではない（例えば、真とも偽とも言いたくないような文は、日常にありふれている）。ならば、日常の（言語）活動を見るとき、（有限）多値論理をベースとして採用することはある程度もっともらしい。なぜパラドクスか？：それ自体興味深い現象である、ということの他に、パラドクスは、それに対応するためいろいろ条件を課すというのにしろ、それを受け容れてしまうというのにしろ、私たちの論理に制約を与えてくれる。よりよい論理を探すときに、パラドクスはよい「重石」になってくれる。

さて、ある特定の三値論理（例えば ST）をベースにするとき、真理述語を加えても体系が矛盾しない、ということが知られている（例えば Ripley (2012)など）。しかし、パラドクスを避ける方法は他にもあるので、なぜ三値論理を採用するのか（なぜ真理値が三つあると考えるべきなのか）について、（上でしたように）理由を与え、採用を正当化する必要がある。

しかし、たとえ三値論理の採用を正当化できたとしても、さらに議論すべき事柄が残されている。パラドクスを避けるために三値論理を採用する戦略に対し、その戦略が真理値表を使って意味論的に三値論理を特徴づけている限り、Restall (2022)の次の批判が自然なものとなるからだ：三値論理のなかには、パラドクスを回避できないものがあり、そうした論理も、真理値表によって論理結合子の解釈を定めることで、自然に得ることができる。今、パラドクスを避けることのできる三値論理の論理結合子も、できない論理の論理結合子も、真理値表という枠組みで自然に実現できるなら、（そうすればパラドクスを避けられる、という理由を除くならば）どうして三値論理のなかでとりわけ前者を採用するのか。この批判が正しいなら、私たちは三値論理一般の採用を正当化し、さらに三値論理のなかの特定の論理を採用することを正当化しなければならない、ということになる。本発表の第一の目的は、今ここで粗く描写したこの批判を、よりよく理解することだ。

上述の Restall の批判は、表象主義者（表現の意味は、表現と表現されるものとの結びつきで与えられる、と考える立場）を念頭に置いてなされている（批判が真理値表――素朴には、表現に真理値を結びつけることによって意味を与えている、とも考えられる方法――という枠組みに依拠した立場に向けられていたことに注意）。本発表の第二の目的は、Restall のこの批判（ここでは「他の可能性からの批判」と呼ぶことにする）が証明論的な枠組みにも適用でき、従って推論主義者にと

っても問題である、という可能性を検討することである。

「他の可能性からの批判」が向けられる証明論的な枠組みとして、本発表では三部推件計算(3-sided sequent calculi)を考える。Restall (2005)は、推件を主張／否認という観点から解釈するアイディアを示したが、三部推件計算は、この Restall の観点を自然に拡張して得られるものとして、哲学的にも興味深い枠組みだと発表者は考える。

任意の n-値論理（ただし n は 2 以上の自然数）に対し、n-部推件計算の体系を与える方法が知られている(Baaz et al., 1993)。三値論理の一種である$RM_3$に真理述語を加えた体系ではカリーのパラドクスが生じることが知られているが、Baaz らの方法を使って$RM_3$に対応する三部推件計算を作ると、そのことを確かめることができる。

そのうえで、Restall が真理値表によって特徴づけられた三値論理に対して提起したものとパラレルである、次の批判を考える：三部推件計算という枠組みの上では、含意の推論規則を変えることで、パラドクスの生じない論理も、$RM_3$のようなパラドクスが生じる論理も作ることができる。それでは、三部推件計算で特徴づけられる論理のなかで、とりわけ前者を採用する理由は（パラドクスを生じさせないということの他に）何かあるだろうか。この問いに対する、哲学的な観点からの／テクニカルな観点からの諸回答を検討したい。

まとめると、本発表では三値論理を採用することに対する Restall の批判を検討し、続いて三部推件計算を導入してパラドクスが導かれることを確認したうえで、Restall の「他の可能性からの批判」が、三部推件計算という論理の証明論的な特徴づけに対しても適用できるかを考える。以上のような考察を通して、例えば意味論と証明論の関係を考えるためのヒントなどが得られるかもしれない。

【引用・参考文献】（一部）


Baaz, M., Fermüller, C. G., & Zach, R. (1993). Elimination of cuts in first-order finite-valued logics. PhilArchive. [BAAEOC (philarchive.org)]

Restall, G. (2005). Multiple conclusions. In *Logic, methodology and philosophy of science: Proceedings of the twelfth international congress* (pp. 189-205). London: Kings College Publications.

Restall, G. (2022). *Proofs and Models in Philosophical Logic*. Cambridge University Press.

Ripley, D. (2012). Conservatively extending classical logic with transparent truth. *The Review of Symbolic Logic*, *5*(2), 354-378.